

Distribución Normal

1) Hallar el área bajo la curva normal tipificada:

- a) Entre $Z = 0$ y $Z = 1,2$ Sol: 0,3849
- b) Entre $Z = -0,68$ y $Z = 0$ Sol: 0,2517
- c) Entre $Z = -0,46$ y $Z = 2,21$ Sol: 0,6636
- d) Entre $Z = 0,81$ y $Z = 1,94$ Sol: 0,1828
- e) A la derecha de $Z = -1,28$ Sol: 0,8997

2) Si "área" se refiere al área bajo la curva normal tipificada, hallar el valor o los valores de Z tales que:

- a) El área entre 0 y Z sea 0,3770 Sol: $Z = \pm 1,16$
- b) El área a la izquierda de Z sea 0,8621 Sol: $Z = 1,09$
- c) El área entre $-1,5$ y Z sea 0,0217 Sol: $Z = -1,69$ y $Z = -1,35$

3) El peso medio de 500 estudiantes varones de una universidad es de 68,5 Kg. y la desviación típica es de 10 Kg. Suponiendo que los pesos están distribuidos normalmente, hallar el número de estudiantes varones que pesan:

- a) Entre 48 y 71 kg. Sol: entre 289 y 290 estudiantes.
- b) Más de 91 kg. Sol: entre 6 y 7 estudiantes.

4) La media del diámetro interior del conjunto de lavadoras producidas por una máquina es 1,275 cm. y la desviación típica de 0,0125 cm. El propósito para el cual se han diseñado las lavadoras permite una tolerancia máxima en el diámetro de 1,26cm. a 1,29 cm., de otra forma las lavadoras se consideran defectuosas. Determinar el porcentaje de lavadoras defectuosas producidas por la máquina, suponiendo que los diámetros están distribuidos normalmente.

Sol: 23,02%

5) Si X está distribuida normalmente con media 5 y desviación típica 2, hallar $P(X > 8)$.

Sol: 0,0668

6) Se tiene un programador de entrenamiento diseñado para mejorar la calidad de las habilidades de los supervisores de la línea de producción. Debido a que el programa es auto administrativo, los supervisores requieren un número diferente de horas para terminarlo. Un estudio de los participantes anteriores indica que el tiempo medio que se lleva completar el programa es de 500 h. y que esta variable aleatoria normalmente distribuida tiene una desviación estándar de 100 h.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un participante elegido al azar requiera más de 500 h. para completar el programa? Sol: 0,5
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome entre 500 h. y 650 h. para completar el programa de entrenamiento? Sol: 0,4332
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tome más de 700 h. en completar el programa? Sol: 0,0228
- d) Suponga que el director del programa de entrenamiento desea saber la probabilidad de que un participante escogido al azar requiera entre 550 y 650 h. para completar el trabajo requerido en el programa. ¿Cuánto ha de ser ese valor? Sol: 0,2417

- e) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar se tomará menos de 580 h. para completar el programa? Sol: 0,7881
- f) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato escogido al azar se tome entre 420h.y 570 h. para completar el programa? Sol: 0,5461

7) Dada una variable con distribución normal de media $\mu = 40$ y desviación estándar $\sigma = 6$ encuentre el valor de x que tiene:

- a) El 34% del área a la izquierda. Sol: 37,54
- b) El 5% del área a la derecha. Sol: 49,87

8) Cierta tipo de pieza para automóvil tiene un promedio de duración de tres años, con una desviación estándar de 0,5 años. Suponga que las duraciones de las piezas están normalmente distribuidas y encuentre la probabilidad de que una pieza determinada tenga un tiempo de duración de más de 3,5 años.

Sol: 0,1587

9) Una fábrica de alimentos empaca productos cuyos pesos están normalmente distribuidos con media de 450 gramos y desviación estándar de 20 gramos. Encuentre la probabilidad de que un paquete escogido al azar pese entre 425 y 486 gramos.

Sol: 0,8585

10) En un proceso industrial el diámetro de una arandela es muy importante. El comprador establece en sus especificaciones que el diámetro debe ser de $3,0 \pm 0,01$ mm. La condición es que no acepta ninguna arandela que se salga de estas especificaciones. Se sabe que en el proceso el diámetro de las arandelas tienen distribución normal con media de 3,0 mm y una desviación estándar de 0,005 mm. ¿Qué porcentaje de arandelas será rechazado?.

Sol: 4,56%

11) Determine el área situada debajo de la curva normal estándar que está:

- a) A la izquierda de $z = 0,94$ Sol: 0,8264
- b) A la derecha de $z = - 0,65$ Sol: 0,7422
- c) A la derecha de $z = 1,76$ Sol: 0,0392
- d) A la izquierda de $z = - 0,85$ Sol: 0,1977
- e) Entre $z = - 0,87$ y $z = - 1,28$ Sol: 0,0919
- f) Entre $z = - 0,34$ y $z = 0,62$ Sol: 0,3655

12) Determine las probabilidades de que una variable aleatoria tome un valor entre 12 y 15 dado que tenga una distribución normal con:

- a) $\mu = 10$ y $\sigma = 5$ Sol: 0,1859
- b) $\mu = 20$ y $\sigma = 10$ Sol: 0,0966

13) Obtenga Z si:

- a) El área de la curva normal entre 0 y Z es 0,2019 Sol: $Z = \pm 0,53$
- b) El área de la curva normal a la derecha de Z es 0,8810 Sol: $Z = -1,18$
- c) El área de la curva normal a la derecha de Z es 0,0336 Sol: $Z = 1,83$
- d) El área de la curva normal entre $-Z$ y Z es 0,2662 Sol: $Z = \pm 0,34$

14) La cantidad de radiación cósmica a la cual está expuesta una persona mientras vuela en avión es

una variable aleatoria que tiene una distribución normal con $\mu = 4,35$ mrem y $\sigma = 0,59$ mrem. Determine las probabilidades de que una persona que va en este vuelo está expuesta a:

- a) Más de 5,00 mrem de radiación cósmica. Sol: 0,1357
- b) Entre 3,00 y 4,00 mrem de radiación cósmica. Sol: 0,2666

15) La cantidad real de café instantáneo que vierte una máquina en jarras de 4 onzas varía de una jarra a otra, y se puede fijar como una variable aleatoria que tiene una distribución normal con $\sigma = 0,04$ onzas. Si sólo el 2% de las jarras va a contener menos de 4 onzas de café. ¿Cuál debe ser el contenido medio de estas jarras?

Sol: $\mu = 4,082$ onzas.

16) Una empresa fabrica juntas teóricas para el trasbordador espacial de la NASA, las cuales se han diseñado para sellar conexiones y piezas en el sistema de combustible a fin de impedir fugas. Un tipo de juntas ha de tener 5 centímetros de diámetro para que encaje como es debido; no puede variar por exceso o defecto en más de 0,25 cm. sin provocar una fuga peligrosa. La empresa afirma que esta junta tiene 5 cm. de media con una desviación típica de 0,17 cm. Si estas cifras son correctas y se supone una distribución normal de los diámetros, los funcionarios de la NASA desean determinar:

- a) La proporción de juntas que se adaptarán correctamente. Sol: 0,8584
- b) La proporción de juntas que son defectuosas. Sol: 0,1416
- c) La probabilidad de que cualquier junta tenga un diámetro superior a 5,3 cm. Sol: 0,0392
- d) La probabilidad de que una junta tenga un diámetro comprendido entre 4,9 y 5,2 cm. Sol: 0,6034
- e) La probabilidad de que una junta elegida al azar tenga un diámetro entre 5,3 y 5,5 cm. Sol: 0,0376

17) Un estudio reciente reveló que el 64% de las mujeres mayores de 18 años, consideran a la nutrición la prioridad en su vida. Se seleccionó una muestra de 60 mujeres. Determinar la probabilidad de que:

- a) 32 o más consideren importante la dieta diaria. Sol: 0,9686
- b) 44 o más estimen que la alimentación es esencial. Sol: 0,0853
- c) Más de 32 pero menos de 43 consideren importante el aspecto dietético. Sol: 0,8084
- d) Exactamente 44 consideren fundamental la alimentación. Sol: 0,0348

18) Supóngase que X tiene una distribución probabilística binomial, con $n = 50$ y $p = 0,25$. Calcule:

- a) La media y la desviación estándar de la variable aleatoria. Sol: 12,5 y 3,06
- b) La probabilidad de que X valga 15 o más. Sol: 0,2578
- c) La probabilidad de que X valga 10 o menos. Sol: 0,2578

19) La empresa de asuntos fiscales Tax Service se especializa en las elaboraciones de declaraciones de impuestos federales. Una reciente auditoría de las declaraciones indicó que se cometió un error en el 10% de las que manifestó el año pasado. Suponiendo que tal tasa continúe en este periodo anual y elabore 60 declaraciones. ¿Cuál es la probabilidad de que realice:

- a) Más de 9 con errores? Sol: 0,0655
- b) Por lo menos 9 con errores? Sol: 0,1401
- c) Exactamente 9 con errores? Sol: 0,0746

20) Un estudio realizado por el club de acondicionamiento físico Taurus Health Club, reveló que 30% de sus nuevos socios tienen un sobrepeso considerable. Una promoción de membresía en un área metropolitana dio como resultado la inscripción de 500 nuevos ingresantes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 175 o más de los nuevos socios tengan sobrepeso considerable?
Sol: 0,0084

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 140 o más de los miembros recientes tengan sobrepeso considerable?
Sol: 0,8461

21) Los gastos mensuales en alimentación para familias de cuatro miembros en una ciudad grande son en promedio de \$420 con una desviación estándar de \$80. Si los gastos mensuales en alimentación siguen una distribución normal:

a) ¿Qué porcentaje de estos gastos es menor de \$350? Sol: 18,94%

b) ¿Qué porcentaje de estos gastos está entre \$250 y \$300? Sol: 5,02%

c) ¿Qué porcentaje de estos gastos es menor de \$250 o mayor de \$450? Sol: 36,86%

d) ¿Cuál es el gasto mayor en dólares que hace una familia que está entre el 25% de las familias que menos gastos realizan en alimentación?
Sol: 366,4 dólares

22) Los salarios de los trabajadores en cierta industria son en promedio \$11,9 por hora y la desviación estándar de \$0,4. Si los salarios tienen una distribución normal. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador seleccionado al azar:

a) Reciba salarios entre \$10,9 y \$11,9? Sol: 0,4938

b) Reciba salarios inferiores a \$11? Sol: 0,0122

c) Reciba salarios superiores a \$12,95? Sol: 0,0043

d) ¿Cuál debe ser el salario menor que gana un trabajador que se encuentra entre el 10% de los trabajadores que más ganan?
Sol: \$12,412

e) Si el dueño de la industria va a aumentarle el salario al 15% de los trabajadores que menos ganan. ¿Cuál será el salario máximo que deberá ganar un trabajador para ser beneficiado con el aumento?

Sol: \$11,484

23) Se encontró que un conjunto de calificaciones de exámenes finales en un curso tenía distribución normal con media 73 puntos y desviación estándar de 8 puntos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una calificación no mayor de 91 puntos en este examen?
Sol: 0,9878

b) ¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo una calificación entre 65 y 89 puntos?

Sol: 81,85%

c) ¿Cuál fue la calificación superada sólo por el 5% de los estudiantes que hicieron el examen? Sol: 86,16 puntos

d) El profesor sigue el siguiente criterio: Le otorga A a los estudiantes que están ubicados en el 10% de las mejores notas del grupo y usted saca 81 puntos. Suponga que se realiza otro examen en el que la media es 62, la desviación típica es 3 y usted saca 68 puntos. ¿En cuál de los 2 exámenes usted queda mejor calificado?. ¿Por qué?

Sol: En el segundo examen, ya que obtuvo A

24) Un análisis indica que la duración de las llamadas telefónicas en cierta localidad tienen una distribución normal con media de 240 segundos y varianza de 1600 segundos².

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada cualquiera dure menos de 180 seg? Sol: 0,0668

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada dure entre 180 y 300 seg.? Sol: 0,8664

c) Si se consideran 1000 llamadas. ¿Cuántas cree usted que durarán menos de 180 seg.?
Sol: entre 66 y 67 llamadas

d) ¿Cuál es la duración de la llamada más larga de aquellas que conforman el 1% de las más breves?

Sol. 146,8 seg.

e) La central telefónica de la localidad ha decidido cobrar un impuesto adicional al 5% de las llamadas de mayor duración. ¿Cuánto será el tiempo máximo que puede llamar una persona para que no le sea cobrado impuesto?
Sol: 305,8 seg.

25) El estadounidense adulto hombre tiene una estatura promedio 5 pies y 9 pulgadas con una desviación estándar de 3 pulgadas. (Nota: 1 pie corresponde a 12 pulgadas)

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre sea mayor de 6 pies? Sol: 0,1587

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre sea menor de 5 pies? Sol: 0,0013

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura de un hombre esté entre 6 y 9 pies? Sol: 0,1587

d) ¿Cuál es la menor estatura que debe tener un hombre, si está en el 10% de los hombres más altos?
Sol: 6,07 pies

e) Calcule el rango intercuantil de la estatura de los hombres estadounidenses. Sol: 0,335 pies

26) El tiempo necesario para terminar un examen final en un determinado curso, se distribuye normalmente con una media de 80 minutos y una desviación de 10 minutos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de terminar el examen en una hora o menos? Sol: 0,0228

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante termine el examen entre 60 y 85 minutos?
Sol: 0,6687

c) Suponga que en el curso hay 60 alumnos y que el tiempo del examen es de 90 minutos. ¿Cuántos alumnos se espera que no puedan terminar el examen en el tiempo indicado?

Sol: entre 9 y 10 alumnos

27) El volumen de acciones negociadas en la Bolsa de Valores sigue una distribución normal con una media de 646 millones de acciones y una desviación de 100 millones de acciones.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen negociado sea menor de 400 millones? Sol: 0,0069

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el volumen negociado de acciones oscile entre las 400 y las 600 acciones?
Sol: 0,3159

c) Si la Bolsa quiere emitir un boletín de prensa sobre el 5% de los días más activos ¿Qué volumen publicará la prensa?
Sol: 810,5 millones de acciones

28) Las calificaciones de las pruebas de admisión de una Universidad tienen distribución normal con una media de 450 puntos y desviación típica de 100 puntos.

a) ¿Qué porcentaje de las personas presentan calificaciones entre 400 y 500 puntos? Sol: 38,30%

b) Suponga que la calificación de una persona es de 630. ¿Qué porcentaje de las personas tienen mejores calificaciones?
Sol: 3,59%

c) Si la Universidad no admite alumnos con menos de 480 puntos de calificación. ¿Qué porcentaje de personas que presentan el examen califican para entrar a la Universidad?
Sol: 38,21%

29) Se sabe que el 10% de las unidades producidas por un proceso de fabricación resultan defectuosas. De la producción total de un día se seleccionan 400 unidades aleatoriamente.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 35 de ellas sean defectuosas? Sol: 0,8212

b) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 40 y 50 de ellas (ambas inclusive) resulten defectuosas?
Sol: 0,4918

c) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 34 y 48 de ellas (ambas inclusive) resulten defectuosas?
Sol: 0,7821

30) Se toma una muestra de 100 trabajadores de una gran empresa para estudiar su actitud frente a un

cambio en el método de trabajo. Si el 60% de todos los trabajadores de la empresa están a favor del cambio. ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 50 de los miembros de la muestra estén a favor?
Sol: 0,0162

31) Una encuesta citó a los distribuidores de los automóviles Chevrolet y Toyota como los dos mejores en lo que respecta a servicio al cliente. Sólo el 4% de sus clientes mostró cierta inconformidad con la agencia. Si se toma una muestra de 250 clientes

a) ¿Cuál es la probabilidad de que 12 clientes o menos tengan cierta inconformidad con la agencia?
Sol: 0,7910

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 5 o más clientes estén descontentos con la agencia?

Sol: 0,9625

c) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 6 y 10 clientes (ambas inclusive) estén descontentos con la agencia?

Sol: 0,4901

32) La tasa real de desempleo es de 15%. Suponga que se seleccionan al azar 100 personas en posibilidad de trabajar.

a) ¿Cuál es la cantidad esperada de desempleados?

Sol: 15

b) ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar de los desempleados?

Sol: 12,75 y 3,75

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 6 estén desempleados?

Sol: 0,9961

d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya entre 10 y 15 desempleados?

Sol: 0,4939

33) Un hotel tiene 120 habitaciones. En los meses de primavera, la ocupación del hotel es de 75%.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos se ocupe la mitad de los cuartos ese día?

Sol: aprox. 1

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se ocupen 100 o más cuartos ese día?

Sol: 0,0228

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se ocupen 80 cuartos o menos ese día?

Sol: 0,0228

34) Se sabe que el 30% de los clientes de una tarjeta de crédito a nivel nacional dejan en cero sus saldos para no incurrir en intereses morosos. En una muestra de 150 poseedores de esa tarjeta:

a) ¿Cuál es la probabilidad que de 40 a 60 clientes paguen sus cuentas antes de incurrir en el pago de intereses?
Sol: 0,8336

b) ¿Cuál es la probabilidad de que 30 clientes o menos paguen sus cuentas antes de incurrir en pago de intereses?
Sol: 0,0049

Distribuciones de Muestreo

Distribuciones de Muestreo para Medias

1) Empresas Liendo comercializa su producto en todo el mundo. Como gran parte de su negocio se realiza por teléfono, es importante minimizar cualquier demora que los clientes puedan experimentar cuando intentan ponerse en contacto con el personal de ventas de la empresa. El director ejecutivo de la empresa averiguó que en su central telefónica entraron en la mañana 6 llamadas. A causa de la insuficiencia de personal, las demoras de cada cliente en hablar con la oficina de ventas fueron 20, 12, 17, 15, 18 y 15 minutos.

a) Si el director ejecutivo tuviera que elegir una muestra de 2 llamadas ¿Cuántas muestras habría en la distribución muestral?

Sol: $C_{6,2} = 15$.

b) Construir la distribución muestral:

c) Determinar la probabilidad de que:

(a) Se elijan como muestra las 2 demoras mas largas

Sol: $1/15$

(b) Se incluya en la muestra la demora de 17 minutos

Sol: $1/3$

d) Determinar la media y el error típico de la distribución muestral

Sol: media: 16,167 min. y error típico: 1,612 minutos

2) Una población tiene 200 de media y 50 de desviación estándar. Se tomará una muestra aleatoria simple de tamaño 100, y se usará la media de la muestra \bar{x} para estimar la media de la población.

a) ¿Cuál es el valor esperado de \bar{x} ?

Sol: 200

b) ¿Cuál es la desviación estándar de \bar{x} ?

Sol: 5

3) Una población tiene una media de 200 y una desviación estándar de 50. Supongamos que se selecciona una muestra aleatoria simple de tamaño 100, y que se usa \bar{x} para estimar μ .

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra quede dentro de ± 5 o menos de la media de la población?

Sol: 0,6826

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra quede dentro de ± 10 o menos de la media de la población?

Sol: 0,9544

4) Suponga que el precio de la media por galón de gasolina regular vendida en Estados Unidos es 1,20 dólares por galón, y que la desviación estándar de la población es 0,10 dólares. También suponga que se seleccionará una muestra aleatoria de 50 gasolineras y que se calcula un precio de la media de la muestra con los datos reunidos en esas gasolineras.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra aleatoria simple produzca una media de la muestra a 0,02 dólares o menos de la media de la población?

Sol: 0,8472

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra aleatoria simple produzca una media de la muestra de 0,01 dólares o menos de la media de la población?

Sol: 0,5222

5) En 1993 las mujeres tomaron un promedio de 8,5 semanas sin goce de sueldo en sus trabajos, después del nacimiento de su bebé. Suponga que 8,5 semanas es la media de la población y que 2,2 semanas es la desviación estándar de la población.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra aleatoria simple de 50 mujeres arroje una media de muestra de permiso sin goce de sueldo entre 7,5 y 9,5 semanas?

Sol: 1

b) ¿Cuál es la probabilidad de que esa muestra tenga una media de entre 8 y 9 semanas?

Sol: 0,8926

6) Se informa en la revista Business Week que entre sus suscriptores, los que planean comprar un automóvil nuevo durante los próximos 12 meses pretenden gastar un promedio de 27100 dólares y que su desviación estándar es de 5200 dólares.

¿Cuál es la probabilidad de que el precio de la media de la muestra del nuevo vehículo quede a 1000 dólares o menos de la media de la población, si la muestra es de 30 suscriptores?

Sol: 0,7062

7) Fortune publicó que el efecto de compras apalancadas es difícil de detectar. En 1988 el valor medio de las empresas de Fortune 500 que se compraron fue de 3,51 miles de millones de dólares. Con una desviación típica de 1,92 miles de millones de dólares.

a) Si se toma una muestra de 64 empresas. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea superior a 3,65 miles de millones de dólares?

Sol: 0,2810

b) ¿Qué porcentaje de todas las muestras posibles de tamaño de 64 dará como resultado una $\bar{x} > 3,65$?
Sol: 28,10%

c) Si se tomó una muestra de $n = 64$ y se obtuvo una $\bar{x} = 3,90$. ¿Qué se podría deducir?

Sol: Como la probabilidad de elegir una muestra que dé una \bar{x} mayor que 3,9 es muy pequeña (0,0516) entonces pudo ocurrir cualquiera de las 3 situaciones siguientes:

1.- La muestra esta sesgada

2.- Los datos de Fortune están equivocados y $\mu > 3,51$

3.- La muestra es muy rara ya que sólo existirá el 5,16% de las veces.

d) Si los datos de Fortune son correctos. ¿Cuál es la probabilidad de que si se toma una muestra de 100 empresas, el error de muestreo sea superior a 500 millones de dólares?

Sol: 0,0094

8) Autoridades de la administración de Washington acaban de expresar su preocupación sobre el exceso de gasto en contratos militares. Estos gastos no planificados han costado a los contribuyentes norteamericanos miles de millones de dólares anuales. El presidente nombró un comité de expertos que estimase la cantidad media que cada contrato cuesta por encima de la cantidad acordada. El comité ha determinado ya que la desviación típica de los costos excesivos es de 17500 millones de dólares y que parecen seguir una distribución normal.

a) Si se elige una muestra de 25 contratos. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral haga una estimación de la media poblacional que la supere en 10000 millones de dólares o más?

Sol: 0,0021

b) El presidente aceptará un error hasta de 5000 millones de dólares en la estimación de μ . ¿Cuál es la probabilidad de que reciba una estimación del comité dentro del intervalo especificado?

Sol: 0,8472

9) Un taller mecánico local factura 110 dólares de media cuando realiza una reparación determinada. Los datos indican desviación típica de 21,50 dólares en las facturas. Hace poco un cliente se quejaba de que su factura de 115,50 dólares era excesiva. Después de mucho debatir, el mecánico estuvo de acuerdo en devolver el dinero si una muestra de 36 trabajos similares revelaba una facturación media inferior a la del cliente. ¿El mecánico fue prudente al ofrecer este arreglo?

Sol: No fue prudente, $P(\bar{x} < 115,5) = 0,9382$

10) En un ejercicio de informática que se encomienda a la clase de estadística de primer curso, los estudiantes tienen una media de errores de 14,2 con una desviación típica de 4,3

a) ¿Cuál es la probabilidad de que usted (o cualquier otro estudiante) tenga más de 13 errores en su ejercicio si se sabe que los errores siguen una distribución normal?

Sol: 0,6103

b) Si no se sabe si los errores están distribuidos normalmente. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 36 estudiantes tenga una media superior a 13 errores?

Sol: 0,9525

c) ¿Por qué son diferentes las 2 respuestas anteriores?

Sol: la distribución de las \bar{x} es menor en la parte b porque $\sigma > \sigma_{\bar{x}}$

d) ¿Por qué era necesaria la hipótesis de normalidad en la parte (a) y no en la parte (b)?

Sol: con $n > 30$, el teorema central del límite admite la hipótesis de normalidad.

11) En una muestra de 25 observaciones de una distribución normal con una media de 98,6 y una desviación de 17,2.

a) ¿Cuál es $P(92 < \bar{x} < 102)$?

Sol: 0,8115

b) Encuentre la probabilidad correspondiente dada una muestra de 36.

Sol: 0,8703

12) En una distribución normal con media 375 y desviación estándar de 48. ¿Qué tan grande se debe tomar una muestra para que la probabilidad sea al menos de 0,95 de que la media de la muestra se encuentre entre 370 y 380?

Sol: Al menos de 355

13) El costo promedio de un estudio en condominio en el desarrollo Cedar Lakers es de 62000 dólares con una desviación estándar de 4200 dólares.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un condominio en este desarrollo cueste al menos 65000 dólares?

Sol: 0,2389

b) ¿La probabilidad de que el costo promedio de una muestra de dos condominios sea al menos de 65000 dólares, es mayor o menor que la probabilidad de que un condominio cueste eso?. ¿En qué cantidad?.

Sol: Menor (0,1562), la disminución es en 0,0827 (se obtiene de 0,2389 – 0,1562)

14) Calvin Ensor, presidente de la General Telephone Corps., está preocupado por el número de teléfonos producidos por su empresa que tienen auriculares defectuosos. En promedio, 110 teléfonos al día son devueltos por este problema, con una desviación estándar de 64. El señor Ensor ha decidido que a menos que pueda estar 80% seguro de que, en promedio, no se devolverán más de 120 teléfonos al

día durante los siguientes 48 días, ordenará una reparación general del proceso. ¿Se ordenará la reparación general?

Sol: $P(\bar{x} < 120) = 0,8599$ y como $0,8599 > 0,8$ entonces no se ordenará la reparación general

15) Un técnico de laboratorio de rayos X toma lecturas de su máquina para asegurarse de que ésta se apega a las guías de seguridad federal. Sabe que la desviación estándar de la cantidad de radiación emitida por la máquina es de 150 milirems, pero desea tomar lecturas hasta que el error estándar de la distribución de muestreo no sea mayor de 25 milirems. ¿Cuántas lecturas debe tomar?

Sol: como mínimo 36 lecturas.

16) Una refinería de aceite tiene monitores de apoyo para llevar un control continuo de los flujos de la refinería y para impedir que los desperfectos de las máquinas interrumpen el proceso de refinado. Un monitor en particular tiene una vida promedio de 4300 horas con una desviación estándar de 730 horas. Además del monitor principal, la refinería ha instalado dos unidades de reserva, que son duplicados de la principal. En caso de un funcionamiento defectuoso de uno de los monitores, el otro tomará automáticamente su lugar. La vida operativa de cada monitor es independiente de la de los otros.

a) ¿Cuál probabilidad de que un conjunto dado de monitores dure al menos 13000 horas?

Sol: 0,4681

b) ¿A lo más 12630 horas?

Sol: 0,4168

17) De una población de 125 elementos con una media de 105 y una desviación estándar de 17, se eligieron 64 elementos.

a) ¿Cuál es el error estándar de la media?

Sol: 1,49

b) ¿Cuál es la probabilidad $P(107,5 < \bar{x} < 109)$?

Sol: 0,0428

18) Un equipo de salvamento de submarino se prepara para explorar un sitio mar adentro, frente a la costa de Florida donde se hundió una flotilla entera de 45 galeones españoles. A partir de registros históricos, el equipo espera que estos buques naufragados generen un promedio de 225000 dólares de ingresos cada uno cuando exploren, con una desviación estándar de 39000 dólares. El patrocinador del equipo, sin embargo, se muestra escéptico, y ha establecido que si no se recuperan los gastos de exploración que suman 2100000 dólares con los primeros nueve galeones naufragados, cancelará el resto de la exploración. ¿Cuál es la probabilidad de que la exploración continúe una vez explorados los nueve primeros barcos?

Sol: 0,2389

19) Sara Gordon encabeza una campaña de recolección de fondos para el Milford College. Desea concentrarse en la actual reunión del décimo año, y espera obtener contribuciones de 36% de los 250 miembros de esa clase. Datos anteriores indican que aquellos que contribuyen a la donación de la reunión del décimo año donarán 4% de sus salarios anuales. Sara cree que los miembros de la clase tienen un salario anual promedio de 32000 dólares con una desviación estándar de 9600 dólares. Si sus expectativas se cumplen (36% de la clase dona 4% de sus salarios), ¿cuál es la probabilidad de que la donación esté entre 110000 y 120000 dólares?

Sol: 0,9120

Distribuciones de Muestreo para Proporciones

1) La proporción de una población es de 0,40. Se tomará una muestra aleatoria simple de tamaño 200 y se usará la proporción p de la muestra para estimar la población.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,03$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,6156

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,05$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,8530

2) El presidente de distribuidores Díaz, S.A. cree que el 30% de los pedidos a su empresa provienen de clientes nuevos. Se va a usar una muestra aleatoria simple de 100 pedidos para comprobar lo que dice, que $\pi = 0,30$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de p esté entre 0,20 y 0,40 inclusive?

Sol: 0,9708

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,05$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,7242

3) Suponga que el 15% de los artículos que se producen en una línea de ensamble son defectuosos, pero que el gerente de producción no se ha enterado. También suponga que el departamento de aseguramiento de la calidad prueba 50 piezas para determinar la calidad de la operación de armado. Sea p la proporción muestral de piezas defectuosas que encontró la prueba de aseguramiento de calidad.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de la muestra esté a $\pm 0,03$ o menos de la proporción de piezas defectuosas en la población?

Sol: 0,4448

b) Si la prueba indica que $p = 0,10$ o más, de piezas defectuosas, la línea de ensamble se para y se investiga la causa de los defectos. ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra de 50 piezas lleve a la conclusión de que debe pararse la línea de ensamble?

Sol: 0,8389

4) Si bien la mayoría de las personas cree que el desayuno es el alimento más importante del día, el 25% de los adultos no desayuna. Suponga que la proporción poblacional es 0,25 y que p es la proporción muestral de adultos que no desayunan, determinada con una muestra de 200 adultos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral quede a $\pm 0,03$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,6730

b) Cuál es esa probabilidad con $\pm 0,05$ o menos?

Sol: 0,8968

5) Una encuesta realizada en 1993 por Datamotion encontró que el 34% de los encuestados utilizaban aplicaciones basadas en Windows en su computadora.

a) Si se toma una muestra de 500, ¿cuál es la probabilidad de que el error muestral sea superior al 3%?

Sol: 0,1528

b) Si se toma una muestra de 1000. ¿Cuál es la probabilidad de que el error muestral sea superior al 3%?

Sol: 0,0456

6) Las cifras nacionales indican que el 32% de los estudiantes suspenden en su primer examen de estadística, si se eligen al azar 100 estudiantes. ¿Cuál es la probabilidad de que suspendan más de 40?

Sol: 0,0436

7) Se colocan las 5 cartas que se utilizan para estudiar la percepción extrasensorial boca abajo en una mesa. Un amigo suyo afirma que tiene percepción extrasensorial y usted elige una carta al azar sin revelar cuál es a su amigo. De 200 intentos, él adivina correctamente 54 cartas. ¿Cree que su amigo tiene percepción extrasensorial?

Nota: para este tipo de experimentos el total de cartas son siempre 5 (cuadrado, círculo, líneas onduladas, triángulo, cruz) y luego de cada intento se revuelven las cartas para seguir con el siguiente.

Sol: $p = 0,0062$. Sí tiene percepción extrasensorial, la probabilidad de tener esa proporción es muy pequeña.

8) Suponga que usted es el dueño de una empresa que produce vasos de vidrio y que sus clientes le exigen que el 90% como mínimo de sus productos carezcan de defectos. En una muestra de 500 se detectan 31 defectos. ¿Satisface usted las especificaciones de sus clientes?

Sol: $p = 0,0023$. Probablemente sí satisface las especificaciones ya que la probabilidad de tomar una p con esa proporción es muy pequeña por lo que es difícil que una muestra aleatoria la cumpliera.

9) Una tienda por departamentos ha estimado que el 17% de todas las compras realizadas durante la campaña de Navidad son devueltas. Si una tienda vende 150 videojuegos. ¿Cuál es la probabilidad de que el 20% como máximo sean devueltos?

Sol: 0,8340

Distribución muestral de la media y la proporción (ejercicios varios)

1) Una encuesta demostró que una familia de 4 miembros en EU gasta \$215 diarios como promedio en sus vacaciones con una desviación de \$85. Suponga que se selecciona una muestra de 40 familias para cierto estudio.

a) Determine la distribución de muestreo de la media muestral.

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = \$215$ y $\sigma_{\bar{x}} = \$13,44$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor de \$200?

Sol: 0,1314

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor de \$229?

Sol: 0,1492

d) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté a \$20 o menos de la media poblacional?

Sol: 0,8638

2) La media del sueldo anual de graduados de una Universidad es de \$30000 al año con una desviación de \$2000.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de graduados de estudiantes tenga su salario medio anual a $\pm \$250$ o menos de la media poblacional si la muestra es de 30, 100 o 400 estudiantes?

Sol: 0,5034 ; 0,7888 ; 0,9876

b) ¿Qué tamaño de muestra de esas 3 considera más adecuado. ¿Por qué?

Sol: La mayor, porque disminuye el error estándar y en consecuencia se obtendrá una mayor probabilidad de que la media de la muestra quede dentro de los límites especificados respecto a la media de la población.

3) Una biblioteca presta un promedio de 320 libros por día, con desviación estándar de 75 libros. Se tiene una muestra de 30 días de funcionamiento

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la media muestral?

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = 320$ libras y $\sigma_{\bar{x}} = 13,69$ libras

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra esté entre 300 y 340 libras inclusive?

Sol: 0,8558

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea de 325 libras o más?

Sol: 0,3557

4) Se espera que el diámetro de las pelotas de ping-pong fabricadas en una planta grande tenga una distribución normal aproximada con media de 1,30 pulgadas y desviación de 0,04 pulgadas. Si se seleccionan muchas muestras de tamaño 16.

a) ¿Cuál será la distribución de la media muestral?

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = 1,30$ pulg. y $\sigma_{\bar{x}} = 0,01$ pulg.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 1,28 y 1,30 pulgadas inclusive?

Sol: 0,4772

c) ¿Entre que valores estará el 60% central de las medias muestrales?

Sol: 1,2916 y 1,3084 pulg.

d) ¿Qué es más probable que ocurra: conseguir una pelota con más de 1,34 pulgadas en una muestra de tamaño 4 o una de más de 1,31 pulgadas en una muestra de 16?

Sol: Conseguir una de más de 1,31 pulgadas en una muestra de 16.

5) El tiempo que un cajero se tarda con cada cliente tiene una distribución normal con media poblacional de 3,10 minutos y una desviación estándar de 0,4 minutos. Si se selecciona una muestra de 16 clientes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo promedio que pasa con cada cliente sea de al menos 3 minutos?

Sol: 0,8413

b) El 15% de los cajeros que atienden en menos tiempo a los clientes recibirán un reconocimiento. ¿Cuál es el tiempo máximo que podrá tardarse un cajero en atender a un cliente para recibir tal reconocimiento?

Sol: 2,99 minutos

6) El tiempo que se usa el correo electrónico por sesión tiene una distribución normal con media de 8 minutos y varianza de 4 minutos². Si se seleccionan muestras de 25 correos:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de una muestra cualquiera esté entre 7,8 y 8,2 minutos inclusive?

Sol: 0,3830

b) ¿Qué es más probable que ocurra, una media muestral mayor de 9 minutos en una muestra de 25 sesiones, o una media muestral mayor de 8,6 minutos en una muestra de 100 sesiones?

Sol: Una media mayor de 9 minutos en una muestra de 25 sesiones.

7) Se fabrican bolsas de plástico para empacar verduras de manera que la resistencia a roturas tenga una media de 5 libras por pulgada cuadrada y desviación estándar de 1,5 libras por pulgada cuadrada. Si se selecciona una muestra de 25 bolsas. ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia promedio:

a) Esté entre 5 y 5,5 libras por pulgada cuadrada inclusive?

Sol: 0,4525

b) Sea menor que 4,2 libras por pulgada cuadrada?

Sol: 0,0038

c) ¿Entre cuáles dos valores simétricos respecto a la media estará el 95% de las resistencias promedios?

Sol: 4,412 y 5,588 libras por pulg².

d) ¿Cuál sería las respuestas de a) y b) si la desviación fuese una libra por pulgada cuadrada?

Sol: 0,4938 y aproximadamente 0.

8) Se considera que el 30% de los pedidos a una empresa provienen de nuevos clientes. Se va a usar una muestra aleatoria simple de 100 pedidos para corroborar esta idea.

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la proporción en este caso?

Sol: Normal con $E(\bar{p}) = 0,3$ y $\sigma_p = 0,046$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté entre 0,2 y 0,4 inclusive?

Sol: 0,9708

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté a $\pm 0,05$ o menos de la proporción poblacional?

Sol: 0,7242

9) Determinado municipio tiene una tasa de desempleo de 9%. Una agencia estatal lleva a cabo una encuesta mensual de 800 individuos para vigilar la tasa de desempleo en el municipio

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la proporción de desempleados?

Sol: Normal con $E(p) = 0,09$ y $\sigma_p = 0,0101$.

b) ¿Cuál es la probabilidad de observar una proporción muestral de al menos 8%?

Sol: 0,8389

c) ¿Cuál es la probabilidad de observar una proporción muestral entre 3 y 5%?

Sol: aprox. 0

10) El tiempo que dedican a estudiar los alumnos de cierta universidad de la semana anterior a los exámenes finales sigue una distribución normal con una desviación típica de ocho horas. Se toma una muestra aleatoria de cuatro estudiantes con el fin de estimar el tiempo medio de estudio para esta población de estudiantes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de dos horas?

Sol: 0,3085

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté a más de tres horas por debajo de la media poblacional?

Sol: 0,2266

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en más de cuatro horas?

Sol: 0,3174

11) Las tasas de rentabilidad de cierto tipo de acciones siguen una distribución normal con una desviación típica de 3,8. Se extrae una muestra de tales acciones con el fin de estimar el precio medio. ¿Qué tamaño ha de tener la muestra para asegurarnos de que la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en una cantidad superior a 1 sea menor o igual a 0,1?

Sol: al menos de 40 acciones

12) El dueño de una tienda de discos ha comprobado que el 20% de los clientes que entran a su tienda realizan alguna compra. Cierta mañana entraron en la tienda 180 personas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea menor de 0,15?

Sol: 0,0468

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 0,20?

Sol: 0,5

13) En un determinado año las tasas de rentabilidad de las acciones de las compañías eléctricas siguieron una distribución normal con una media de 14,8 y desviación de 6,3. Se extrae una muestra aleatoria de nueve de estas acciones

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral de la tasa de rentabilidad sea mayor de 19? Sol: 0,0228

b) Se hará un estudio al 25% de aquellas compañías cuya tasa de rentabilidad sean menores. ¿Cuál es la mayor tasa que puede tener una compañía para ser incluida en el estudio?

Sol: 13,393

c) Se considerará que una compañía tiene una tasa estándar de rentabilidad si se encuentra en el 50% central de la distribución de tasas de rendimiento. ¿Cuáles son los valores mínimo y máximos de tasas de rendimiento que puede tener una compañía para estar dentro de los límites de la tasa estándar?

Sol: 13,393 y 16,207

14) Los candidatos a empleados del departamento de bomberos de cierta ciudad han de realizar un examen de actitudes. Las puntuaciones en dicho examen tienen una media de 280 puntos y una desviación de 60 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 40 puntuaciones de estos exámenes.

a) ¿Cuál es la distribución muestral de la media?

Sol: Normal con $E(\bar{x}) = 280$ puntos. y $\sigma_{\bar{x}} = 9,487$ puntos.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral de las puntuaciones sea menor que 270?

Sol: 0,1469

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media se encuentre entre 250 y 270?

Sol: 0,1469

15) Supongamos que la media y la desviación estándar de la cuota pagada mensualmente por los 500 estudiantes de bachillerato que tiene un pueblo es de \$40. Se toma una muestra de 45 estudiantes.

a) ¿Cuál es el error estándar de la muestra?

Sol: 5,69

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de \$5?

Sol: 0,2005

16) El tiempo que dedican a estudiar los 300 alumnos de 1er año de una carrera tiene una distribución normal con media de 2 horas diarias y desviación de 0,25 horas. Se seleccionan 13 estudiantes de este año.

a) Calcule la probabilidad de que el tiempo medio de estudio para la muestra sea menor de 1 hora y media a la semana.

Sol: aproximadamente 0

b) El profesor que está a cargo de la investigación considera que el tamaño de muestra disponible es muy pequeño, y ha dicho que aceptará las conclusiones de la investigación si la probabilidad de que la media muestral difiera de la poblacional en más de 15 minutos es menor o igual a 0,2. ¿Cree usted que el profesor aceptará los resultados?. Justifique su respuesta.

Sol: Si los aceptará

17) Un proceso industrial produce lotes de un cierto producto químico cuyos niveles de impurezas siguen una distribución normal con una desviación típica de 1,6 gramos por cada 100 gramos del

producto químico. Se selecciona una muestra de 100 lotes a fin de estimar la media poblacional del nivel de impurezas.

a) Si 0,05 es la probabilidad de que la media muestral del nivel de impurezas exceda a la media poblacional. ¿En qué cantidad debe ser ese cambio?

Sol: un aumento de 0,2632 gr.

b) Si 0,1 es la probabilidad de que la media muestral del nivel de impurezas esté por debajo de la media poblacional. ¿En qué cantidad debe ser ese cambio?

Sol: una disminución de 0,2048 gr.

18) Supongamos que la desviación típica de la cuota pagada mensualmente por los estudiantes de cierta ciudad americana es de \$40. Se toma una muestra de 100 estudiantes con el fin de estimar la renta media pagada mensualmente por el total de la población de estudiantes.

a) ¿Cuál es el error estándar de la media muestral?

Sol: 4

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de \$50?

Sol: aproximadamente 0

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté más de \$4 por debajo de la media poblacional?

Sol: 0,1587

19) En cierta ciudad americana hay 400 agentes que se dedican al negocio de venta de propiedades. El valor medio de las propiedades vendidas por estos agentes en un año es de \$800000 y su desviación típica de \$300000. Se selecciona una muestra de 100 agentes y se anota el valor de las propiedades que han vendido en un año.

¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor que \$825000?

Sol: 0,2033

20) El volumen que una máquina de llenado automático deposita en latas de una bebida gaseosa tiene una distribución normal con media 34 cl. y desviación típica 1,5 cl.

a) Si se desechan aquellas latas que tienen menos de 33 cl., ¿cuál es la proporción de latas desechadas?

Sol: 0,2514

b) La máquina de llenado puede ser ajustada para cambiar el volumen medio μ de llenado. Suponiendo que la desviación típica no varía, ¿qué valor debería adoptar μ para que únicamente el 1% de las latas tuvieran menos de 33 cl.?

Sol: 36,5